

Vraag: Onder welke omstandigheden is $\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha) \approx \alpha$?

Antwoord:

Als je in één figuur de grafieken tekent van:

$\sin(\alpha)$ tegen α , met α in radialen !!

$\tan(\alpha)$ tegen α , met α in radialen !!

$y = x$

Dan zie je dat rondom de oorsprong de grafieken van $\sin(\alpha)$ en van $\tan(\alpha)$ de grafiek van $y=x$ benaderen.

In feite betekent dat, dat in de oorsprong de eerste afgeleide van $\sin(\alpha)$ gelijk is aan de eerste afgeleide van $\tan(\alpha)$.

En dat in de oorsprong die twee afgeleiden precies 1 zijn.

Dat kun je weten, want de eerste afgeleide van $\sin(\alpha)$ is $\cos(\alpha)$ en die is gelijk aan 1 als $\alpha = 0$

En de eerste afgeleide van $\tan(\alpha)$ is $\frac{1}{\cos^2(\alpha)}$ en de uitkomst daarvan is eveneens 1 voor $\alpha = 0$

In onderstaande tabel zie je dat je voor hoeken α die kleiner zijn dan 3° à 4°

(dus kleiner dan ca. 0,065 rad) de waarde van de sinus vrijwel gelijk is aan de waarde van de tangens, en die twee weer vrijwel gelijk aan de waarde van de hoek zelf, mits die hoek in radialen is opgegeven.

Een wiskundige zou schrijven: $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(\alpha)}{\alpha} \right) = 1$ en $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(\frac{\tan(\alpha)}{\alpha} \right) = 1$

alpha (graden)	alpha (radialen)	sin(alpha)	tan(alpha)
0	0	0	0
0,5	0,008726646	0,008726535	0,008726868
1	0,017453293	0,017452406	0,017455065
1,5	0,026179939	0,026176948	0,026185922
2	0,034906585	0,034899497	0,034920769
2,5	0,043633231	0,043619387	0,043660943
3	0,052359878	0,052335956	0,052407779
3,5	0,061086524	0,06104854	0,06116262
4	0,069813170	0,069756474	0,069926812
4,5	0,078539816	0,078459096	0,078701707
5	0,087266463	0,087155743	0,087488664
5,5	0,095993109	0,095845753	0,096289048
6	0,104719755	0,104528463	0,105104235
6,5	0,113446401	0,113203214	0,113935608
7	0,122173048	0,121869343	0,122784561
7,5	0,130899694	0,130526192	0,131652498
8	0,139626340	0,139173101	0,140540835
8,5	0,148352986	0,147809411	0,149451001
9	0,157079633	0,156434465	0,15838444
9,5	0,165806279	0,165047606	0,167342609
10	0,174532925	0,173648178	0,176326981

